Opción A. Ejercicio 1

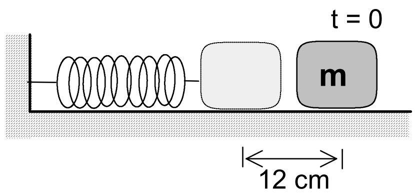
Un muelle de constante k = 125 N/m tiene un extremo fijo y, en el otro, se sujeta una masa m = 200 g que puede deslizar sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Alargando el muelle se desplaza la masa 12 cm de la posición de equilibrio y, a continuación, se suelta. Determine:

[a] El periodo y la frecuencia angular (o pulsación) del movimiento armónico resultante. Escriba también la ecuación del movimiento tomando como t = 0 el instante en el que se soltado la masa. *(1,5 puntos)*

[b] La velocidad máxima de la masa y los valores máximos de las energías cinética y potencial alcanzados. *(1 punto)*

Respuesta

[a] En primer lugar, se dibuja un esquema del proceso descrito inicialmente. Por la 2ª ley de Newton: $F = ma$, es decir, $-kx = m(-\omega^2 x)$; $k = \omega^2 m$; la frecuencia angular es, entonces, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{125}{0,2}} = 25(\frac{rad}{s})$; el periodo vale: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,08\pi = 0,25(s)$.



La ecuación del movimiento es del tipo: $x = A\ sen(\omega t + \varphi)$, con A = 0,12 m. Como para t = 0, la partícula se encuentra en el extremo, tenemos que $sen(\varphi) = 1$ y $\varphi = \frac{\pi}{2}(rad)$. En consecuencia, la ecuación de este movimiento es: $x(t) = 0,12\ sen(25t + \frac{\pi}{2})(m)$.

[b] La rapidez máxima se calcula mediante: $|v_{\max}| = A\omega = 0,12 \cdot 25 = 3(\frac{m}{s})$. La energía cinética máxima es entonces, $E_{c,\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}125 \cdot 0,12^2 = 0,9(J)$. La energía potencial máxima se alcanza en los extremos del recorrido, en los que la energía cinética es nula, y vale: $E_{p,\max} = \frac{1}{2}kA^2 = 0,9(J)$.

Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de energía potencial gravitatoria. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa m situada a una distancia r de otra partícula de masa M? *(1 punto)*

El 4 de octubre de 1957 se lanzó al espacio el primer satélite artificial, el Sputnik, que describió una órbita a 586 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Suponiendo que esta órbita era circular y sabiendo que la masa del Sputnik era 83,6 kg, calcula:

[b] El periodo de rotación del satélite en la órbita que describió alrededor de la Tierra y la rapidez a la que iba el Sputnik. *(0,5 puntos)*

[c] La intensidad del campo gravitatorio en su órbita y la energía mecánica del satélite. *(1 punto)*

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$; $M_{tierra} = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{Tierra} = 6,37 \cdot 10^6$ m.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] El radio de la órbita del *Sputnik* es: $r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 0,586 \cdot 10^6 = 6,96 \cdot 10^6 (m)$. Se aplica la 2ª ley de Newton a dicho satélite en su órbita circular. La fuerza gravitatoria sobre el mismo se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde se deduce que $v^2 = \frac{GM_T}{r}$; $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,96 \cdot 10^6}} = 7,57 \cdot 10^3 (\frac{m}{s})$.
El periodo es el tiempo invertido por el Sputnik en una vuelta completa: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6,96 \cdot 10^6}{7,57 \cdot 10^3} = 5,78 \cdot 10^3 (s) = 1,60 (h)$.

[c] La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la órbita del Sputnik es:

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,96 \cdot 10^6)^2} = 8,23\left(\frac{N}{kg}\right).$$

Por otro lado, al ser la órbita circular, la energía mecánica del satélite vale:

$$E_M = -\frac{1}{2} G\frac{M_T m}{r} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 83,6}{6,96 \cdot 10^6} = -2,40 \cdot 10^9 (J).$$

☙ Opción A. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la *Ley de Coulomb*. *(1 punto)*

Tres cargas eléctricas puntuales y positivas se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado $\sqrt{3}$ m. Dos de ellas tienen carga q y la tercera tiene carga 2q siendo q = 10^{-4} C. Calcula:

[b] El campo eléctrico (*) y el potencial eléctrico en el punto medio del lado en el que se encuentran las cargas más pequeñas (punto P). *(1 punto)*

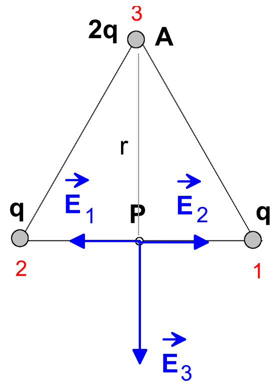
[c] El trabajo que debe realizarse para trasladar la carga 2q desde el vértice donde se encuentra hasta el punto P. *(0,5 puntos)*

Datos: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9 \; N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$

(*) El campo eléctrico es un concepto, no una magnitud, por lo que no se puede calcular. Imagino que se refiere a la intensidad del campo eléctrico.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.



[b] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, los cuales se trazan alejándose de las cargas que los generan. Los vectores $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ tienen el mismo módulo (el punto P equidista de dos cargas iguales), idéntica dirección y sentidos opuestos, por lo que su suma es cero; en consecuencia, la intensidad del campo eléctrico resultante es $\vec{E}_3$. Para calcular el módulo de este vector hallamos primero la distancia de la carga 2q al punto P: $r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{3 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}(m)$. El módulo de $\bar{E}_3$ es, entonces, $E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 8 \cdot 10^5 (\frac{N}{C})$. La dirección de la intensidad del campo eléctrico resultante es vertical y el sentido alejándose de la carga 2q.

El potencial eléctrico total es la suma escalar de los potenciales eléctricos individuales, esto es, $V_T(P) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\frac{3}{2}} = 2,08 \cdot 10^6 + 1,2 \cdot 10^6 = 3,28 \cdot 10^6 (V)$.

[c] Mucho, ya que el potencial en el punto A tiende a infinito.

Opción A. Ejercicio 4

[a] Enuncie y explique la ley de desintegración *exponencial* radiactiva. *(1 punto)*

Un gramo de unos restos óseos contiene $9{,}5\cdot 10^8$ átomos de carbono 14 (^{14}C). El análisis de una muestra actual de características similares revela que en el momento de la muerte de los animales los huesos tenían $6{,}9\cdot 10^9$ átomos de ^{14}C por cada gramo.

[b] Calcule la constante de desintegración y termine la antigüedad de los restos si sabemos que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ está relacionado con la constante de desintegración λ mediante: $\lambda = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$, así que $\lambda = \frac{0{,}693}{5730} = 1{,}21 \cdot 10^{-4}(años^{-1})$. Por otro lado, el número de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t está dado por: $N = N_o\, e^{-\lambda t}$, $\frac{N}{N_o} = e^{-\lambda t}$; $\frac{9{,}5\cdot 10^8}{6{,}9\cdot 10^9} = e^{-1{,}21\cdot 10^{-4}t}$; $0{,}138 = e^{-1{,}21\cdot 10^{-4}t}$; aplicando logaritmos neperianos a los dos miembros de la igualdad, queda $\ln(0{,}138) = -1{,}21\cdot 10^{-4}t$; $t = \frac{1{,}98}{1{,}21\cdot 10^{-4}} = 1{,}64\cdot 10^4(años)$.
Este resultado es coherente con el siguiente análisis: después de tres periodos de semidesintegración (17.190 años) quedaría la octava parte de la muestra sin desintegrar ($8{,}6\cdot 10^8$ átomos). Para que quede sin desintegrar una cantidad mayor ($9{,}5\cdot 10^8$ átomos), debe transcurrir menos tiempo (16.400 años).

Opción B. Ejercicio 1

Las cuerdas de una guitarra vibran entre dos puntos fijos. Considere que la cuerda de una guitarra mide 0,65 m de longitud y vibra con una frecuencia fundamental de 440 Hz.

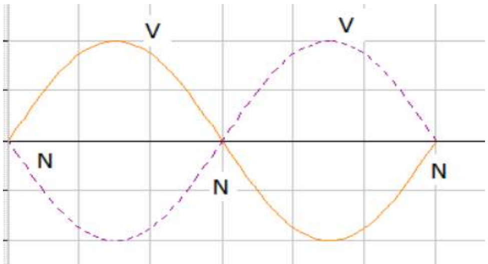
[a] ¿Cuál es la longitud de onda del armónico fundamental? Calcule la velocidad de propagación de las ondas que, por superposición, han generado la onda estacionaria de la cuerda. *(1 punto)*

[b] Calcule la frecuencia del segundo armónico y dibuje el perfil de su onda estacionaria indicando en qué posiciones de la cuerda se localizan nodos y vientres. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Las longitudes de onda de las ondas estacionarias que se propagan por una cuerda, de longitud L sujeta por los dos extremos, están dadas por $\lambda = \frac{2L}{n}(n = 1, 2, 3...)$. Para la frecuencia fundamental n = 1 y $\lambda = 2L = 1{,}30(m)$. La velocidad de propagación es, entonces, $v = \lambda f = 1{,}30 \cdot 440 = 572(\frac{m}{s})$.

[b] Las frecuencias de estas ondas estacionarias se calculan mediante $f = \frac{nv}{2L}(n = 1, 2, 3...)$. Para el segundo armónico n = 2 y $f_2 = \frac{v}{L} = \frac{572}{0{,}65} = 880(Hz)$, resultado que coincide con el hecho de que las frecuencias de los armónicos son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. El perfil se muestra a la derecha.



Opción B. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique las leyes de Kepler. *(1 punto)*
[b] La Tierra y Venus describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita de Venus 0,72 veces el radio orbital de la Tierra. Suponiendo válida la aproximación de órbitas circulares, calcule la duración del año "venusiano". *(1 punto)*
[c] Determine la relación de las velocidades orbitales y el cociente entre los momentos angulares de la Tierra y de Venus con respecto al centro del Sol. (1 *punto)*

DATOS: G = 6,67·10^-11^ Nm²kg^-2^; $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $M_{Tierra} = 5{,}98\cdot 10^{24}$ kg; $M_{venus} = 4{,}87\cdot 10^{24}$ kg; *año terrestre = 365 días.*

Respuesta

[a] Véase un libro de Física.

[b] De acuerdo con la 3ª ley de Kepler, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Venus} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Tierra}$; $\left[\frac{T_{Venus}}{T_{Tierra}}\right]^2 = \left[\frac{r_{Venus}}{r_{Tierra}}\right]^3$; $\frac{T_{Venus}}{T_{Tierra}} = \left[\frac{r_{Venus}}{r_{Tierra}}\right]^{3/2}$; $T_{Venus} = \left[\frac{r_{Venus}}{r_{Tierra}}\right]^{3/2} \cdot T_{Tierra} = T_{Tierra}\cdot 0,72^{3/2} = 365\cdot 0,61 = 223(días)$.

[c] La fuerza gravitatoria sobre un objeto en órbita circular alrededor del Sol se comporta como fuerza centrípeta, por lo que $G\frac{M_{Sol}\cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, de donde se deduce que $v^2 = \frac{GM_{Sol}}{r}$, por lo que la rapidez orbital está dada por $v = \sqrt{\frac{GM_{Sol}}{r}}$. Para los planetas citados, tenemos entonces:

$$\left.\begin{array}{l} v_{Tierra} = \sqrt{\frac{GM_{Sol}}{r_{Tierra}}} \\ v_{Venus} = \sqrt{\frac{GM_{Sol}}{r_{Venus}}} \end{array}\right\} \frac{v_{Tierra}}{v_{Venus}} = \sqrt{\frac{r_{Venus}}{r_{Tierra}}} = \sqrt{0,72} = 0,85.$$

Para una órbita circular, de radio r, el momento angular respecto al Sol de un planeta, que se desplaza con una rapidez orbital v, se calcula mediante $L = rmv$. En nuestro caso,

$$\left.\begin{array}{l} L_{Tierra} = r_{Tierra}\cdot M_{Tierra}\cdot v_{Tierra} \\ L_{Venus} = r_{Venus}\cdot M_{Venus}\cdot v_{Venus} \end{array}\right\} \frac{L_{Tierra}}{L_{Venus}} = \frac{r_{Tierra}}{r_{Venus}}\cdot\frac{M_{Tierra}}{M_{Venus}}\cdot\frac{v_{Tierra}}{v_{Venus}} = \frac{1}{0,72}\cdot 1,23\cdot 0,85 = 1,45.$$

Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba la expresión de la *Fuerza de Lorentz* que actúa sobre una partícula de carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$. Explique las características de esta fuerza. *(1 punto)*

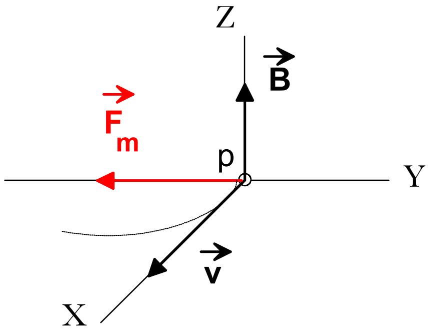
Un protón, que lleva una velocidad de $1{,}00\cdot 10^5$ m/s según el sentido positivo del eje X entra en un espectrómetro de masas en el que hay un campo magnético $\vec{B} = 1,00\cdot 10^{-2}(T)\vec{k}$.
[b] Calcule la fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. Determine el radio de su trayectoria. *(1 punto)*
[c] Calcule la intensidad del campo magnético (módulo, dirección y sentido) necesario para que, si entra un electrón con la misma velocidad que el protón en el espectrómetro, describa la misma trayectoria. *(1 punto)*
Datos: Carga del protón $q_p = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ *C; carga del electrón* $q_e = -1{,}60\cdot 10^{-19}$ *C; masa del electrón* $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ *kg; masa del protón* $m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ *kg.*

Respuesta

[a] La fuerza de Lorentz es la fuerza ejercida por el campo electromagnético sobre una partícula cargada. Para una partícula sometida a un campo eléctrico combinado con un campo

magnético, la fuerza electromagnética total o fuerza de Lorentz sobre esa partícula viene dada por: $\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$ donde $\vec{v}$ es la velocidad de la carga, $\vec{E}$ es la intensidad del campo eléctrico y $\vec{B}$ es la intensidad del campo magnético.

[b] La fuerza magnética sobre la partícula cargada se calcula mediante $\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$; en este caso, $\vec{F}_{mag} = 1,6 \cdot 10^{-19}(1 \cdot 10^5 \vec{i} \times 1 \cdot 10^{-2} \vec{k})$, $F_{mag} = 1,6 \cdot 10^{-16}(\vec{i} \times \vec{k}) = -1,6 \cdot 10^{-16} \vec{j}\,(N)$; la fuerza magnética sobre el protón es la mostrada en la figura. Por otro lado, la fuerza magnética se comporta como fuerza centrípeta, describiendo el protón una trayectoria circular con movimiento uniforme. Se cumple, por la 2ª ley de Newton, que: $qvB = m\frac{v^2}{R}$, expresión que nos permite calcular el valor del radio de la trayectoria: $R = \frac{mv}{qB}$. $R = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}00 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{.}00 \cdot 10^{-2}} = 0,10(m)$.



[c] La carga del electrón es negativa, por lo que, si se mantienen los otros parámetros $(\vec{v}, \vec{B})$, la fuerza magnética, manteniendo constante su módulo, tendría el sentido opuesto al mostrado en la figura. Para que esto no ocurra la intensidad del campo magnético debe cambiar su sentido: $\vec{B} = 1,00 \cdot 10^{-2}(-\vec{k})$ (T).

☙ Opción B. Ejercicio 4

Cuando colocamos un objeto de 1 cm de altura a 12 cm de un espejo esférico cóncavo se forma una imagen virtual a 24 cm del espejo.

[a] ¿Qué tamaño tendrá la imagen? Calcule el radio de curvatura del espejo y su distancia focal *(1,5 puntos)*

[b] Dibuje el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita. *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] El tamaño de la imagen se obtiene a partir de: $\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$; $\frac{y'}{1} = -\frac{-24}{-12}$; de donde se obtiene el tamaño de la imagen: y' = -2 cm; la imagen es mayor y está invertida respecto al objeto. La ecuación fundamental de los espejos esféricos es: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$. En este caso, s = -12 cm y s' = -24 cm; por lo tanto, $\frac{2}{R} = -\frac{1}{24} - \frac{1}{12} = \frac{-1-2}{24} = -\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$; el radio de curvatura es, entonces, R = -16 cm y la distancia focal f = -8 cm.

[b]