♋ Ejercicio 1

Una partícula de 3 kg de masa está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora de k = 12 N/m. El muelle se estira 4 cm desde la posición de equilibrio (x = 0) y se deja en libertad.

[a] La expresión de la posición de la partícula en función del tiempo, x = x(t), considerando t=0 cuando atraviesa el punto en el que la velocidad es máxima *(0,5 puntos)*

[b] Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la partícula en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio. *(1 punto)*

[c] La energía mecánica del sistema oscilante. *(1 punto)*

Respuesta

[a] Vamos buscando una expresión del tipo: $x(t) = A \cdot sen(\omega t + \phi_o)$, donde A, ω y $\phi_o$son las constantes que hay que calcular a partir de los datos del enunciado. Sabemos que la amplitud es $A = 0,04(m)$ y que la frecuencia angular vale $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{12(N/m)}{3(kg)}} = 2(\frac{rad}{s})$. Además, en el instante inicial la partícula se encuentra en x = 0 (punto de velocidad máxima), por lo que $0 = 0,04\ sen\phi_o$; $sen\phi_o = 0$; $\phi_o = 0(rad)$. En consecuencia, la expresión de la elongación en función del tiempo es $x(t) = 0,04\ sen\ (2t)(m)$.

[b] La velocidad está relacionada con la posición mediante la ecuación: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$; en la posición x = 0,02 m, la velocidad es $v = \pm 2\sqrt{0,04^2 - 0,02^2} = \pm 0,069(\frac{m}{s})$. El módulo de la velocidad es, por lo tanto, 0,069 (m/s).
La aceleración y la posición se relacionan por medio de la expresión $a = -\omega^2 x$; en la posición x = 0,02 m, la aceleración es $a = -4 \cdot 0,02 = -0,08(\frac{m}{s^2})$, por lo que su módulo vale 0,08 (m/s^2).

[c] La energía mecánica del sistema oscilante, suma de las energías cinética y potencial, se calcula mediante: $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}12 \cdot 0,04^2 = 9,6 \cdot 10^{-3}(J)$.

♋ Ejercicio 2

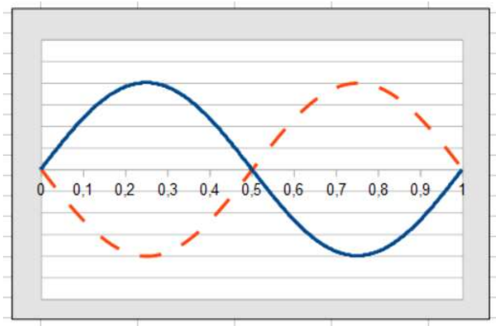
La cuerda de una guitarra tiene una longitud L = 1,0 m. Cuando se excita transversalmente con una frecuencia f = 120 Hz se forma una onda estacionaria con dos vientres.

[a] Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda. *(1,25 puntos)*

[b] ¿Para qué frecuencia inferior a la dada se formará onda estacionaria en la cuerda? *(1,25 puntos)*

Respuesta

[a] La onda estacionaria es como la representada seguidamente, con dos vientres:



Se deduce de la misma que la longitud de onda coincide con la longitud de la cuerda: $\lambda = 1,0(m)$. La velocidad de propagación es, entonces, $v = \lambda f = 1,0(m) \cdot 120(Hz) = 120(\frac{m}{s})$.

[b] La forma de la onda estacionaria nos indica que se trata del 2º armónico. En consecuencia, se formará otra onda estacionaria para la frecuencia fundamental: $f_1 = \frac{f_2}{2} = \frac{120(Hz)}{2} = 60(Hz)$.

Ejercicio 3

[a] Escribe y comenta la ley de Gravitación Universal. *(1 punto)*

La Estación Espacial Internacional (ISS) realiza 15,49 revoluciones por día alrededor de la Tierra. Considerando que sigue una órbita aproximadamente circular:

[b] ¿A qué altura por encima de la superficie terrestre se encuentra la estación espacial (ISS)? *(0,75 puntos)*

[c] ¿Con qué rapidez se desplaza? *(0,75 puntos)*

DATOS: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg^{-2}; $M_{Tierra} = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{tierra} = 6371$ km.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] De la información del enunciado se deduce que el periodo de la ISS -tiempo que tarda en dar una vuelta- es: $T = \frac{24(h)}{15,49} \cdot 3600\frac{s}{h} = 5,58 \cdot 10^3(s)$. Si se aplica la 2ª ley de Newton a la ISS, se puede escribir: $G\frac{M_T m}{r^2} = m\omega^2 r$; por otro lado, sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa de la estación espacial, se llega a: $G\frac{M_T}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$; $r^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2}$; $r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (5,58 \cdot 10^3)^2}{4\pi^2}} = 6,80 \cdot 10^6\ m$. La altura respecto a la superficie terrestre es: $h = r - R_T = 6,80 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 0,43 \cdot 10^6\ m = 430\ km$.

[c] Conocidos el radio de la órbita y el periodo, la rapidez de la ISS en su órbita circular se calcula mediante. $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 6,80 \cdot 10^6}{5,58 \cdot 10^3} = 7,66 \cdot 10^3(\frac{m}{s})$.

Ejercicio 4

[a] Explica el concepto de campo gravitatorio. *(1 punto)*

Un satélite artificial, con una masa de 5000 kg, está en órbita circular alrededor de la Tierra con una rapidez orbital de 7563 m/s. Calcular:

[b] La altura de la órbita sobre la superficie terrestre y su periodo de revolución. *(0,75 puntos)*

[c] La energía que tendría que ganar para salir del campo gravitatorio terrestre. *(0,75 puntos)*

DATOS: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg^{-2}; $M_{Tierra} = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{tierra} = 6,37 \cdot 10^3$ km.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Si se aplica la 2ª ley de Newton al satélite, se puede escribir: $G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$; simplificando la masa del satélite, se llega a: $r = G\frac{M_T}{v^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}{7563^2} = 6{,}96\cdot10^6(m)$. El periodo del satélite es, entonces, $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot6{,}96\cdot10^6}{7563} = 5{,}78\cdot10^3(s)$.

[c] La energía que tendría que ganar es la diferencia entre las energías mecánicas final e inicial: $\Delta E = E_{m,\,final} - E_{m,\,inicial}$. Por otro lado, la energía mecánica de un objeto de masa m que describe una órbita circular de radio r en torno a la Tierra está dada por: $E_m = -\frac{GM_T m}{2r}$; en consecuencia,

$$\Delta E = 0 + \frac{GM_T m}{2r} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}\cdot5000}{2\cdot6{,}96\cdot10^6} = 1{,}43\cdot10^{11}(J)$$

Ejercicio 5

[a] Escribe y comenta la ley de Coulomb. *(1 punto)*

Dos pequeñas esferas, de masa m = 5 g y carga q, se suspenden del mismo punto mediante hilos iguales, de masa despreciable y longitud L = 0,5 m, en el seno del campo gravitatorio terrestre.

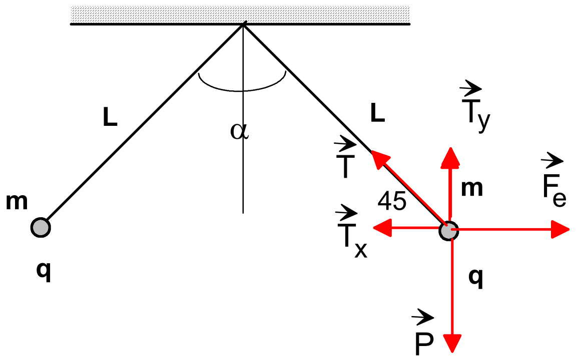
[b] ¿Cuál debe ser el valor de la carga q para que, en equilibrio, los hilos formen un ángulo $\alpha = 90^o$. *(1,5 puntos)*

DATOS: g = 9,8 m/s², K = 9.10⁹ N·m²·C⁻²

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Dibujamos, en primer lugar, las fuerzas que actúa sobre cada una de las cargas (peso, repulsión eléctrica y tensión del hilo). A continuación, se descompone la tensión según el sistema habitual de coordenadas cartesianas y se aplica la condición de equilibrio:



$$\begin{cases} F_{neta,x} = 0; F_e - T\cos 45 = 0 \\ F_{neta,y} = 0; T\,sen\,45 - P = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_e = T\cos 45 \\ P = T\,sen\,45 \end{cases}$$

Al dividir la 2ª ecuación por la 1ª, se obtiene: $\frac{P}{F_e} = tg\,45$; $mg = k\frac{q^2}{2L^2}$, ya que la distancia entre las cargas vale: $\sqrt{2}\,L$. De la última expresión se deduce que $q^2 = \frac{2mgL^2}{k} = \frac{2\cdot5\cdot10^{-3}\cdot9{,}8\cdot0{,}25}{9\cdot10^9} = 2{,}72\cdot10^{-12}(C^2)$; $q = 1{,}65\cdot10^{-6}(C)$.

Ejercicio 6

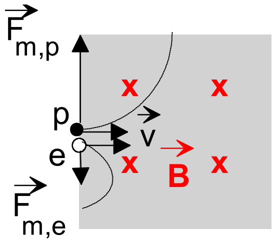
[a] ¿Qué fuerza actúa sobre una partícula, de masa m y carga q, que penetra con velocidad $\vec{v}$ en una región del espacio donde existe un campo magnético $\vec{B}$ uniforme? Explica dicha ecuación analizando cómo intervienen cada una de las magnitudes que determinan la fuerza creada por el campo magnético. *(1 punto)*

[b] Un protón y un electrón se mueven perpendicularmente a un campo magnético uniforme, con igual rapidez. ¿Qué tipo de trayectoria realiza cada uno de ellos? Determina la relación entre los radios de las trayectorias que describen dichas partículas. *(1,5 puntos)*

Dato: Se considera que la masa del protón es 1836 veces mayor que la masa del electrón.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.



[b] La fuerza magnética, perpendicular inicialmente a la velocidad de la partícula, se comporta como fuerza centrípeta; en consecuencia, la partícula describe una trayectoria circular, con rapidez constante, en el plano del dibujo. Además, la fuerza magnética sobre el electrón, de carga negativa, tiene sentido contrario a la fuerza magnética sobre el protón, de carga positiva. Se cumple, entonces:

$$\left.\begin{array}{l} q_p vB = m_p \frac{v^2}{R_p} \\ q_e vB = m_e \frac{v^2}{R_e} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} R_p = \frac{v}{q_p B} m_p \\ R_e = \frac{v}{q_e B} m_e \end{array}\right\}$$

al dividir, miembro a miembro, estas expresiones se llega a $\frac{R_p}{R_e} = \frac{m_p}{m_e} = 1836$.

NOTA: El dibujo no está hecho a escala.

↬ Ejercicio 7

[a] Enuncia y explica la ley de desintegración exponencial radiactiva. *(1 punto)*

[b] Para realizar una tomografía de emisión de positrones (PET) a un paciente se inyecta un contraste con ^{18}F, que es un isótopo radiactivo. Este isótopo del flúor tiene un periodo de semidesintegración de 76,1 minutos. ¿Al cabo de cuánto tiempo quedará en el organismo del paciente sólo el 10% de la cantidad inicial? *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] El periodo de semidesintegración está relacionado con la constante de desintegración mediante: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$; por lo que :$\lambda = \frac{0{,}693}{76{,}1(\text{min})} = 9{,}11 \cdot 10^{-3}(\text{min}^{-1})$. Por otro lado, la masa del isótopo que queda sin desintegrar al cabo de un tiempo t está dado por: $m = m_o\, e^{-\lambda t}$; como $m = \frac{m_o}{10}$, después de simplificar m_o, queda: $\frac{1}{10} = e^{-9{,}11 \cdot 10^{-3} t}$.
Al aplicar logaritmos neperianos a los dos miembros de la igualdad se obtiene:
$\ln(\frac{1}{10}) = -9{,}11 \cdot 10^{-3} t$; $-2{,}30 = -9{,}11 \cdot 10^{-3} t$; $t = 1{,}51 \cdot 10^{4}(s) = 252{,}5(\text{min})$.
Para analizar este resultado consideremos que, al cabo de tres periodos de semidesintegración (76,1x3 = 228,3 min), quedará la octava parte de la cantidad inicial (la mitad de la mitad de la mitad). Para que quede la décima parte sin desintegrar se necesitará un tiempo algo mayor.

↬ Ejercicio 8

[a] Explica qué es una lente convergente y una lente divergente. ¿Dónde están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas? *(1 punto)*

[b] Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 10 cm delante de una lente convergente de 5 cm de distancia focal. Determina la posición, tamaño y tipo (real o virtual) de la imagen formada. *(1 punto)*

[c] Realiza el trazado de rayos correspondiente para obtener la posición y el tamaño de la imagen. *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta un libro de Física.

[b] La ecuación fundamental de las lentes delgadas es: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; $\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{s} = \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$. La posición de la imagen es, por lo tanto, s' = 10 cm. Por otro lado, respecto al tamaño de la imagen se cumple que: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$; el tamaño de la imagen es: $y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{10}{-10} \cdot 1 = -1(cm)$. Se trata de una imagen real, pues de forma a la derecha de la lente, del mismo tamaño que el objeto e invertida.

[c] El trazado de rayos se muestra a continuación: