Opción A. Ejercicio 1

Una partícula de masa m = 0,3 kg, situada en un plano horizontal sin rozamiento y unida a un muelle horizontal, describe un movimiento vibratorio armónico. Su energía cinética máxima es de 15 J.

[a] Si se sabe que entre los dos puntos del recorrido de la partícula en los que tiene velocidad nula hay una distancia de 50 cm, calcule la amplitud, la frecuencia angular, el periodo del movimiento y la constante elástica del muelle. *(1 punto)*

[b] Calcule la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante t = 3 s, teniendo en cuenta que cuando t = 0 la partícula tiene la energía cinética máxima y se mueve según el sentido positivo del eje x. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Del enunciado se deduce que 2A = 0,50 m; la amplitud es, entonces, A = 0,25 m. por otro lado, tenemos que $E_{c,\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$; $\omega^2 = \frac{2\cdot E_{c,\max}}{m\cdot A^2} = \frac{2\cdot 15}{0{,}3\cdot 0{,}25^2} = 1600$; la frecuencia angular es $\omega = 40[\frac{rad}{s}]$. El periodo está relacionado con la frecuencia angular mediante la ecuación $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40} = 0,05\pi = 0,157(s)$. Por último, la constante recuperadora del muelle es: $k = m\cdot\omega^2 = 0,3\cdot 40^2 = 480(\frac{N}{m})$.

[b] La ecuación de la posición, en general, es de la forma: $x = A\ sen(\omega t + \varphi)$. En el instante inicial la partícula se encuentra en x = 0 (punto de energía cinética máxima), por lo que $0 = A\ sen\varphi$; $sen\varphi = 0$; $\varphi = 0$. En consecuencia, la expresión de la posición en función del tiempo es $x(t) = 0,25\ sen\ 40t(m)$. La ecuación de la velocidad se obtiene derivando esta expresión con respecto al tiempo: $v(t) = \frac{dx}{dt} = 0,25\cdot 40\cos 40t = 10\cos 40t(\frac{m}{s})$. Derivando nuevamente con respecto al tiempo se consigue la ecuación de la aceleración: $a(t) = -10\cdot 40\ sen\ 40t = -400\ sen\ 40t\left(\frac{m}{s^2}\right)$.

Para t = 3 s, estas funciones adquieren los valores:

$$x(3) = 0,25sen120 = 0,145(m)$$
$$v(3) = 10\cos 120 = 8,14\left(\frac{m}{s}\right)$$
$$a(3) = -400sen120 = -232\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

.

Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de campo gravitatorio. *(0,5 puntos)*

Un satélite de 350 kg de masa describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 630 km sobre la superficie.

[b] ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta del satélite? ¿Cuál es su periodo orbital? *(1 punto)*

[c] ¿Cuánto vale la intensidad del campo gravitatorio creado por la Tierra a esa altura? ¿Cuál es la energía mecánica del satélite? *(1 punto)*

DATOS: G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻²; $M_{Tierra} = 5{,}98\cdot 10^{24}$ kg; $R_{tierra} = 6{,}37\cdot 10^{6}$ m.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La aceleración centrípeta del satélite coincide con la intensidad del campo gravitatorio terrestre en la órbita, esto es, $a_c = g = \frac{GM}{(R_{Tierra}+h)^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,98\cdot 10^{24}}{(6,37\cdot 10^6+0,63\cdot 10^6)^2} = 8,14(\frac{m}{s^2})$.
Por otro lado, la aceleración centrípeta puede escribirse de varias maneras:
$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}r$, de donde se deduce que el periodo orbital es:
$T = \sqrt{\frac{4\pi\cdot(R_{Tierra}+h)}{a_c}} = \sqrt{\frac{4\pi\cdot 7\cdot 10^6}{8,14}} = 3,29\cdot 10^3(s)$.

[c] La primera pregunta está contestada en el apartado anterior. Para una órbita circular, la energía mecánica del satélite, de masa m, se calcula mediante:
$E_M = -\frac{1}{2}G\frac{M_{Tierra}\cdot m}{r} = -\frac{1}{2}6,67\cdot 10^{-11}\frac{5,98\cdot 10^{24}\cdot 350}{7\cdot 10^6} = -9,97\cdot 10^9(J)$.

Opción A. Ejercicio 3

[a] Explique y comente la Ley de Coulomb. *(1 punto)*

Las cargas $q_A = -2\cdot 10^{-6}$ C, $q_B = -4\cdot 10^{-6}$ C y $q_C = -8\cdot 10^{-6}$ C están situadas sobre una recta. La carga q_A está situada a 1 m de la carga q_B y la carga q_C se encuentra entre las cargas q_A y q_B.

[b] Si la fuerza eléctrica total sobre la carga q_C, debida a las otras dos cargas es cero, calcule la distancia entre q_C y q_A. *(0,75 puntos)*

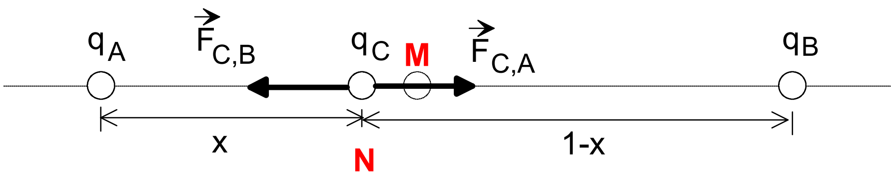
[c] Calcule el trabajo que se debe realizar para trasladar la carga q_C desde la posición en la que se encuentra hasta un punto equidistante de q_A y q_B. Interprete el signo del resultado. *(0,75 puntos)*

Dato: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] En primer lugar, se dibuja un esquema de la situación descrita en el enunciado teniendo en cuenta que las cargas se repelen.



Se debe cumplir que $F_{C,A} = F_{C,B}$, esto es, $k\frac{|q_A||q_C|}{x^2} = k\frac{|q_B||q_C|}{(1-x)^2}$; al simplificar y ordenar los miembros de la proporción queda: $\frac{|q_A|}{|q_B|} = \frac{x^2}{(1-x)^2}$; $\frac{1}{2} = \frac{x^2}{(1-x)^2}$; al extraer la raíz cuadrada se obtiene: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{x}{1-x}$; $1-x = \sqrt{2}\,x$; $(1+\sqrt{2})x = 1$; $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 0,41(m)$. La carga q_C se encuentra más cerca de la carga menor en valor absoluto.

[c] Sea N el punto en el que se han equilibrado las fuerzas y M el punto medio del segmento delimitado por las cargas q_A y q_B. El potencial eléctrico en cada uno de los puntos N y M es la suma de los potenciales eléctricos individuales en dichos puntos.

Potencial eléctrico en N

$V_N = k\frac{q_A}{x} + k\frac{q_B}{1-x} = 9\cdot 10^9\frac{(-2\cdot 10^{-6})}{0,41} + 9\cdot 10^9\frac{(-8\cdot 10^{-6})}{0,59} = -44\cdot 10^3 - 122\cdot 10^5 = -166\cdot 10^3(V)$.

Potencial eléctrico en M

$V_M = k\frac{q_A}{0,5} + k\frac{q_B}{0,5} = \frac{k}{0,5}(q_A + q_B) = \frac{9\cdot10^9}{0,5}(-10\cdot10^{-6}) = -180\cdot10^3(V)$

El trabajo realizado por el campo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica, es decir, $W_{N\to M} = -\Delta U = -[U(M) - U(N)] = -q_C[V_M - V_N]$; al hacer la aplicación numérica, queda: $W_{N\to M} = +4\cdot10^{-6}(-180\cdot10^3 + 166\cdot10^3) = -56\cdot10^{-3}(J)$. El trabajo es negativo, lo que confirma que ha sido realizado en contra de las fuerzas del campo. Si se separara la carga q_C de la posición N hacia la derecha, el módulo de la fuerza $F_{C,B}$ aumentaría al tiempo que el módulo de la fuerza $F_{C,A}$ disminuiría, lo que indicaría que hace falta una fuerza externa para mover la carga q_C hacia el punto M .

Opción A. Ejercicio 4

[a] Explique en qué consiste el *efecto fotoeléctrico*. ¿Qué es la *frecuencia umbral*? *(1 punto)*

[b] Iluminamos una muestra con radiación de longitud de onda $\lambda = 23,7\cdot10^{-9}(m)$. Los fotoelectrones analizados tienen una energía cinética máxima de 47,7 eV. Calcule la función de trabajo (o trabajo de extracción) del material analizado en J y en eV. *(0,75 puntos)*

[c] Determine la frecuencia umbral para este material. ¿Cómo cambiaría esta frecuencia umbral si se duplicase la intensidad del haz de radiación UV? *(0,75 puntos)*

DATOS: 1 eV = 1,602·10^-19 J; c = 3,00·10^8 m/s; h = 6,63·10^-34 Js

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Se sabe que la energía cinética máxima está ligada con el trabajo de extracción mediante la relación: $E_{c,\max} = hf - \phi_o$, donde f es la frecuencia de la radiación incidente. De esta ecuación se puede obtener el valor del trabajo de extracción: $\phi_o = hf - E_{c,\max}$.

$$\left.\begin{array}{r} f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot10^8}{23,7\cdot10^{-9}} = 1,27\cdot10^{16}(Hz) \\ E_{c,\max} = 47,7(eV)\cdot\frac{1,602\cdot10^{-19}[J]}{1(eV)} = 7,64\cdot10^{-18}(J) \end{array}\right\} \text{por lo que}$$

$\phi_o = 6,63\cdot10^{-34}(Js)\cdot1,27\cdot10^{16}(Hz) - 7,64\cdot10^{-18}(J) = 7,80\cdot10^{-19}(J) = 4,87(eV)$.

[c] La frecuencia umbral está relacionada con el trabajo de extracción mediante: $f_o = \frac{\phi_o}{h} = \frac{7,80\cdot10^{-19}(J)}{6,63\cdot10^{-34}(Js)} = 1,18\cdot10^{15}(Hz)$. Este resultado es coherente con la frecuencia de la radiación incidente: $f_o < f$.
La frecuencia umbral no depende de la frecuencia de la radiación incidente, sino del material iluminado.

Opción B. Ejercicio 1

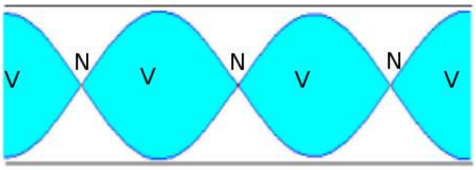
Considere un tubo de órgano lleno de aire, abierto por sus dos extremos, en el que se generan ondas estacionarias.

[a] Se comprueba que en su tercer armónico el aire vibra con una frecuencia de 510 Hz. ¿Cuál es la longitud del tubo? Dibuje el perfil de la onda estacionaria, indicando las posiciones de nodos y vientres. *(1 punto)*

[b] Si la nota se toca con una potencia P = 10 W y produce a una distancia de 1 m una intensidad sonora determinada, ¿en cuántos decibelios aumenta esa intensidad sonora a la misma distancia si se toca la nota con una potencia 2P? *(1 punto)*
Dato: v_{sonido} *= 340 m/s.*

Respuesta

[a] Las frecuencias de las ondas estacionarias en un tubo de longitud L abierto por los dos extremos están dadas por $f_n = \frac{nv_s}{2L}$ $(n = 1, 2, 3, ...)$; $L = \frac{nv_s}{2f_n}$. Para el tercer armónico se cumple: $L = \frac{3 \cdot 340}{2 \cdot 510} = 1(m)$. A continuación se muestra el perfil de la correspondiente onda estacionaria:



[b] Conviene distinguir entre *intensidad de la onda sonora* (medida en W/m^2) y *nivel de intensidad sonora* (medido en dB). Del enunciado se deduce que se está refiriendo a la segunda magnitud.
La intensidad de una onda tridimensional se calcula mediante: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$, donde P es la potencia y r la distancia a la fuente sonora. En nuestro caso, la intensidad de la onda es: $I = \frac{10(W)}{4\pi(1m)^2} = 7,96 \cdot 10^{-1}\left(\frac{W}{m^2}\right)$, por lo que el nivel de intensidad sonora resulta ser: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_o} = 10 \log \frac{7,96 \cdot 10^{-1}}{10^{-12}} = 119(dB)$.

Vamos a responder algebraicamente a la segunda cuestión. El nivel de intensidad sonora para una potencia P es: $\beta_1 = 10 \log \frac{P}{I_o S}$; para una potencia 2P el nivel de intensidad sonora es: $\beta_2 = 10 \log \frac{2P}{I_o S}$; la variación de esta magnitud es entonces
$\beta_2 - \beta_1 = 10\left(\log \frac{2P}{I_o S} - \log \frac{P}{I_o S}\right) = 10 \log\left(\frac{2P}{I_o S} \frac{I_o S}{P}\right) = 10 \log 2 = 3(dB)$.
Como alternativa a este procedimiento se puede calcular directamente el nivel de intensidad sonora con la potencia 2P: $\beta' = 10 \log \frac{15,9 \cdot 10^{-1}}{10^{-12}} = 122(dB)$. Se comprueba que el aumento en el nivel de intensidad sonora es de 3 dB.

☙ Opción B. Ejercicio 2

[a] Enuncie y explique la ley de gravitación universal. *(1 punto)*

Júpiter es el objeto más majico del sistema solar después del Sol. Su órbita alrededor del Sol se puede considerar circular, con un periodo de 11,86 años. Determinar:
[b] La distancia de Júpiter al Sol y la velocidad de Júpiter en su órbita alrededor del Sol. *(1 punto)*
[c] Las energías cinética y potencial de Júpiter. *(1 punto)*

DATOS: masa de Júpiter: $M_{Júpiter}$ *=* $1,9 \cdot 10^{27}$ *kg, masa del Sol:* M_{sol} *=* $2,0 \cdot 10^{30}$ *kg, constante de gravitación universal, G =* $6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}*.*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Si se aplica la 2ª ley de Newton al planeta Júpiter, se puede escribir: $G\frac{M_S M_N}{r^2} = M_N \omega^2 r$; por otro lado, sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa del planeta, se llega a: $G\frac{M_S}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$; $r^3 = \frac{GM_S T^2}{4\pi^2}$; por otro lado, el periodo del movimiento circular de Júpiter vale: $T = 11,86(años) \cdot 365\left(\frac{dias}{año}\right) \cdot 24\left(\frac{horas}{dia}\right) \cdot 3600\left(\frac{s}{dia}\right) = 3,74 \cdot 10^8(s)$; el radio de la órbita es, entonces, $r = \sqrt[3]{\frac{GM_S T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2,0\cdot 10^{30}\cdot (3,74\cdot 10^8)^2}{4\pi^2}} = 7,79 \cdot 10^{11}\ m$. La rapidez de Júpiter en su órbita es, entonces, $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\cdot 7,79\cdot 10^{11}}{3,74\cdot 10^8} = 1,31 \cdot 10^4\left(\frac{m}{s}\right)$.

[c]
$$E_c = \frac{1}{2}M_J v^2 = \frac{1}{2}\cdot 1,9\cdot 10^{27}\cdot (1,31\cdot 10^4)^2 = 1,63\cdot 10^{35}(J)$$
$$E_p = -G\frac{M_J M_s}{r} = -6,67\cdot 10^{-11}\frac{1,9\cdot 10^{27}\cdot 2\cdot 10^{30}}{7,79\cdot 10^{11}} = -3,25\cdot 10^{35}(J)$$

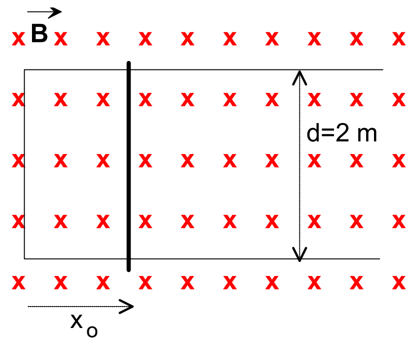
☙ Opción B. Ejercicio 3

Considere una varilla conductora que desliza en contacto eléctrico con un marco, de material conductor, en forma de U. Los lados paralelos del marco conductor están separados una distancia d = 2 m. La varilla describe un movimiento armónico simple alrededor de la posición de equilibrio x_o = 1 m, según la ecuación del movimiento siguiente: $x(t) = x_o - 0,3\ sen(32t)$, donde todas las magnitudes están expresadas en el sistema internacional. Todo el conjunto se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, perpendicular al plano del marco y en el sentido de entrada al plano del papel, de módulo B = 0,5 T.

[a] ¿Cuál es el flujo del campo magnético a través de la superficie comprendida entre la varilla y la parte cerrada del marco en el instante t = 0? *(1 punto)*

[b] Escriba una ecuación que exprese la variación del flujo en función del tiempo. *(1 punto)*

[c] Determine el valor máximo que alcanza la fuerza electromotriz inducida. *(0,5 puntos)*



Respuesta

[a] En el instante t = 0 la varilla se encuentra en la posición x_o. El flujo magnético es, entonces, $\phi_B(0) = BS = 0,5 \cdot 2 \cdot 1 = 1(Wb)$.

[b] Ahora la posición de la varilla depende del tiempo, por lo que también lo hace el flujo magnético: $\phi_B(t) = B \cdot S(t) = 0,5 \cdot 2 \cdot (1 - 0,3\ sen(32t)) = 1 - 0,3\ sen(32t)(Wb)$. Por lo tanto, la variación del flujo magnético es $\Delta\phi_B = \phi_B(t) - \phi_b(0) = -0,3\ sen(32t)(Wb)$.

[c] De acuerdo con la ley de Faraday-Lenz, la fuerza electromotriz inducida es $\varepsilon(t) = -\frac{d(\Delta\phi_B)}{dt} = 0,3 \cdot 32 \cdot \cos(32t) = 9,6\ \cos(32t)$, de donde se deduce que $\varepsilon_{\max} = 9,6(V)$.

☙ Opción B. Ejercicio 4

[a] Explique qué es una lente convergente y una lente divergente. ¿Dónde están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas? *(1 punto)*
[b] Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 1 cm de altura cuando se coloca a 1 m de una lente de potencia -2 dioptrías. Compruebe gráficamente los resultados mediante un trazado de rayos. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta un libro de Física.

[b] La ecuación fundamental de las lentes delgadas establece que: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; en nuestro caso, $\frac{1}{s'} + \frac{1}{1} = -2$; de donde se deduce la posición de la imagen: $s' = \frac{-1}{3} = -0,33(m)$. El signo "-" indica que se trata de una imagen virtual.

Respecto al tamaño de la imagen se cumple que: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,33}{-1}$; $y' = 0,33 \cdot 1 = 0,33(cm)$; es decir, la imagen es menor y derecha.

La distancia focal imagen vale $f' = \frac{1}{P} = -0,5(m)$, lo que permite hacer un trazado de rayos.